



IFW

00862.023527

PATENT APPLICATION

IN THE UNITED STATES PATENT AND TRADEMARK OFFICE

In re Application of: )  
: Examiner: Unassigned  
TERUYOSHI WASHIZAWA )  
: Group Art Unit: Unassigned  
Application No.: 10/812,868 )  
:   
Filed: March 31, 2004 )  
:   
For: METHOD AND APPARATUS OF ) June 1, 2004  
OPTIMALLY DESIGNING A  
STRUCTURE )

Commissioner for Patents  
P.O. Box 1450  
Alexandria, VA 22313-1450

SUBMISSION OF PRIORITY DOCUMENTS

Sir:

In support of Applicant's claim for priority under 35 U.S.C. § 119, enclosed are certified copies of the following foreign applications:

2003-102138, filed April 4, 2003; and

2003-102139, filed April 4, 2003.

Applicant's undersigned attorney may be reached in our Washington, D.C. office by telephone at (202) 530-1010. All correspondence should continue to be directed to our below-listed address.

Respectfully submitted,

Attorney for Applicant  
Scott D. Malpede  
Registration No. 32,533

FITZPATRICK, CELLA, HARPER & SCINTO  
30 Rockefeller Plaza  
New York, New York 10112-3801  
Facsimile: (212) 218-2200

Appl. No.: 10/812,868

Filed: 3/31/04

Inventor: Teruyoshi Washizawa

Att. Unit: Unassigned

CFM03527

US

日本国特許庁

JAPAN PATENT OFFICE

別紙添付の書類に記載されている事項は下記の出願書類に記載されている事項と同一であることを証明する。

This is to certify that the annexed is a true copy of the following application as filed with this Office.

出願年月日 2003年 4月 4日  
Date of Application:

出願番号 特願2003-102138  
Application Number:

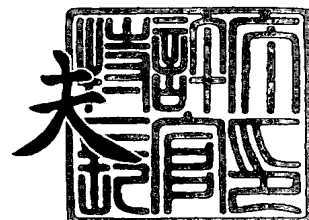
[ST. 10/C]: [JP 2003-102138]

出願人 キヤノン株式会社  
Applicant(s):

2004年 4月19日

特許庁長官  
Commissioner,  
Japan Patent Office

今井康夫



出証番号 出証特2004-303287

【書類名】 特許願

【整理番号】 253548

【提出日】 平成15年 4月 4日

【あて先】 特許庁長官殿

【国際特許分類】 G06F 17/00

【発明の名称】 構造物の最適設計

【請求項の数】 1

【発明者】

【住所又は居所】 東京都大田区下丸子 3 丁目 3 0 番 2 号 キヤノン株式会社  
社内

【氏名】 鷲澤 輝芳

【特許出願人】

【識別番号】 000001007

【氏名又は名称】 キヤノン株式会社

【代理人】

【識別番号】 100076428

【弁理士】

【氏名又は名称】 大塚 康德

【電話番号】 03-5276-3241

【選任した代理人】

【識別番号】 100112508

【弁理士】

【氏名又は名称】 高柳 司郎

【電話番号】 03-5276-3241

【選任した代理人】

【識別番号】 100115071

【弁理士】

【氏名又は名称】 大塚 康弘

【電話番号】 03-5276-3241

## 【選任した代理人】

【識別番号】 100116894

【弁理士】

【氏名又は名称】 木村 秀二

【電話番号】 03-5276-3241

## 【手数料の表示】

【予納台帳番号】 003458

【納付金額】 21,000円

## 【提出物件の目録】

【物件名】 明細書 1

【物件名】 図面 1

【物件名】 要約書 1

【包括委任状番号】 0102485

【プルーフの要否】 要

【書類名】 明細書

【発明の名称】 構造物の最適設計

【特許請求の範囲】

【請求項 1】 状態変数ベクトルと設計変数ベクトルに対する第 1 の評価汎関数の最適化問題を解く第 1 の求解工程と、該状態変数ベクトルと該設計変数ベクトルに対する第 2 の評価汎関数の最適化問題を解く第 2 の求解工程とを有する 2 重最適化問題として定式化される構造最適設計問題の解を求める構造最適設計方法において、

前記状態変数ベクトルを各ノードにおける変位、前記設計変数ベクトルを各要素における構造部材の存在率とし、

前記第 1 の求解工程は、その 1 ステップとして前記第 2 の求解工程を含み、第 1 の記憶手段に記憶された設計変数ベクトル及び状態変数ベクトルを読み出して設計変数ベクトルを更新し、更新された設計変数ベクトルを該第 1 の記憶手段に記憶する設計変数更新工程を含み、

前記第 2 の求解工程は、第 2 の記憶手段に記憶された設計変数ベクトル及び状態変数ベクトルを読み出して状態変数ベクトルを更新し、更新された状態変数ベクトルを該第 2 の記憶手段に記憶する状態変数更新工程を含み、前記第 2 の求解工程の第 2 の評価汎関数が残差ベクトルのノルムより構成されており、前記状態変数ベクトルが前記第 2 の求解工程が開始される時点で初期化されないことを特徴とする構造最適設計方法。

【発明の詳細な説明】

【0001】

【発明の属する技術分野】

本発明は設計パラメータの最適化問題の解法である構造物の最適設計、特に構造部材のトポロジーを含む形状最適化のための自動設計技術に関するものである。

【0002】

【従来の技術】

構造トポロジーの最適設計とは、与えられた条件の下で、構造部材の最適なト

ポロジー及び形状寸法を決定する問題である。以下、構造部材のトポロジー及び形状寸法を設計変関数といい、上記決定問題を設計変関数の最適化問題という。変関数という理由は、トポロジー及び形状寸法が3次元空間の関数になっているからである。設計変関数の最適化問題では、各設計変関数の値に対して、状態変関数の最適化問題を解かなければならない。この意味から、構造トポロジーの最適設計は、内側に状態変関数の最適化問題を持ち、外側に設計変関数の最適化問題を持つ2重構造最適化問題と捉えることが出来る。

#### 【0003】

内側の状態変関数最適化問題では、従来技術の蓄積により、空間を有限個の要素に分割するという考え方が採用される。特に構造部材の歪エネルギーを評価汎関数としている問題では、その解析手法として有限要素法が一般的である。有限要素法の解法としては一次方程式に対する直接法が採用されている。

#### 【0004】

一方、設計変関数の最適化問題に対しては、大別すると、以下に示す3種類の方法が提供されている（非特許文献1、或いは、非特許文献2参照）。

1. Evolutionary法(以下、E法)
2. Homogenization法(以下、H法)
3. Material distribution法(以下、MD法)、或いは密度(Density)法(以下、D法)

E法では、空間を分割することによって得られる部分空間のそれぞれをセルと称し、その生成と消滅を適当な規則によって繰り返す。構造部材は、最終的に存在しているセルの集合として与えられる。セルが存在するか否かという2つの状態のみを許すことにより、明確な構造部材が得られる。また、評価汎関数の微分情報を用いないので、局所最適解にトラップされないことから、評価汎関数が多峰性の場合に有効である。特許文献1では、E法的一种である遺伝的探索法を用いた、骨組構造部材の最適化設計装置が提供されている。この最適化設計装置では、蓄積されたノウハウに基づく試行計算を必要とし、従って膨大な設計変数が存在する実設計問題に対応することが出来なかった従来技術の課題を、以下の方法によって解決している。即ち、骨組部材断面寸法などの離散設計変数データの

近似式を使用する近似最適化計算装置と、該設計変数データを使用する詳細最適化計算装置を設け、これら2つの計算装置を結合して骨組構造の最適設計装置を構成している。

#### 【0005】

H法は、分割された各部分領域に位置する構造要素に、更に微細な構造を仮定し、連続値を取る設計変関数を新たに導入することによって、感度解析の採用を可能にしている。ここで感度解析とは、設計変関数に関する評価汎関数の微分情報を利用した解析手法のことであり、感度解析が可能になれば、勾配法のような反復解法を用いることが出来、E法のような総当りの手法に比べて、少なくとも局所最適解の探索に係る計算時間は大幅に短縮される（非特許文献3参照）。

#### 【0006】

MD法或いはD法は、構造部材の存在率を示す0から1の範囲の実数を各要素に割当てることによって、構造部材のトポロジーや形状寸法変化を表現する方法である。構造部材が存在するか否かという離散的な情報を存在率という連続値に置き換えることによって感度解析を可能にしたという意味でH法と同様のものがあるが、H法よりパラメータ数が少ない分、モデル化が容易であり適用範囲も広い。

#### 【0007】

非特許文献4には、D法による構造物の位相最適化手法が開示されている。本手法の特徴は以下のとおりである。ボクセル有限要素法（空間を等間隔に分割）を用いているため、あらゆる要素に対する要素剛性マトリクスが同じである。従って、要素剛性マトリクスを予め1度だけ計算しておけば、以後の計算に利用できる。更に、要素が規則正しく配置されているため、各要素の節点番号情報を記憶する必要がない。大規模連立一次方程式を解くために、前処理付共役勾配法とElement-by-Element法を組み合わせる用いたことにより、全体剛性マトリクスを組み立てることなく解が求められるので、必要とするメモリ容量が少なくて済む。

#### 【0008】

均質化法では、1要素に対して6個の設計変数（3次元の場合）が必要になる

。更に設計変数が増えるたびに要素剛性マトリクスを再計算しなければならない。一方、構造部材の存在率を密度比で表現する密度法を採用することによって、1要素に対して1つの設計変数でよい。また設計変数の変化が要素剛性マトリクスに影響を与えない。

#### 【0009】

##### 【特許文献1】

特開平11-314631号

##### 【非特許文献1】

S. Bulman, J. Sienz, E. Hinton: "Comparisons between algorithms for structural topology optimization using a series of benchmark studies," Computers and Structures, 79, pp.1203-1218 (2001).

##### 【非特許文献2】

Y-L. Hsu, M-S. Hsu, C-T. Chen: "Interpreting results from topology optimization using density contours," Computers and Structures, 79, pp.1049-1058 (2001).

##### 【非特許文献3】

山川宏: "最適化デザイン," 計算力学とCAEシリーズ9, 培風館(1996)

##### 【非特許文献4】

藤井, 鈴木, 大坪: "ボクセル有限要素法を用いた構造物の位相最適化," Transactions of JSCES, Paper No.20000010 (2000).

#### 【0010】

##### 【発明が解決しようとする課題】

しかしながら、上記従来技術には以下に述べるような問題点があった。

#### 【0011】

一般に構造最適化問題は、設計変数ベクトルの最適化問題の各反復ステップ毎に、状態変数ベクトルの最適化問題を含み2重の最適化問題として定式化される。設計変数ベクトルの最適化問題を外側の最適化、状態変数ベクトルの最適化問題を内側の最適化と呼ぶと、内側の最適化は、設計変数ベクトルをパラメータとし、即ち設計変数ベクトルを固定し、状態変数ベクトルを求める問題である。こ



れは通常、構造解析と呼ばれ、有限要素法によって線形方程式の解法を用いて解くことが出来る。

#### 【0012】

ところが、構造が変化し、ある領域の構造部材が存在しなくなる、例えば部材に穴が空いてしまうと、対応する要素の設計変数が0となり、結果的に要素のヤング率が0となる。すると、上記線形方程式の係数行列がフルランクでなくなり、逆行列が計算できないという理由で、直接法では解けなくなる。

#### 【0013】

そのため従来技術では、設計変数ベクトルが0となる場合に以下のように対処してきた。

#### 【0014】

係数行列がフルランクになるように、即ちランク数と方程式の数が等しくなるように、方程式を構成し直す。

#### 【0015】

設計変数ベクトルの値を正確に0とはせずに0に近い微小な値で置き換える。

#### 【0016】

しかるに、上記前者の方法は、設計変数ベクトルが更新される毎に方程式の更新を行う可能性が生じ、計算時間がかかる。

#### 【0017】

また、上記後者の方法、即ち要素の設計変数を微小な値に設定するという事は、物理的には薄い膜、或いは弱い部材が存在することに相当する。つまり従来法では、物質がない部分を正確に表現していないので、得られた計算結果の精度に疑問が残る。

#### 【0018】

本発明は、上記従来の問題点に鑑み、全体剛性行列が特異になったときでも、特別な処理を施すこと無しに計算を実行することができ、これによってプログラムが簡単になり、更に計算量を軽減する構造物の最適設計方法を提供する。

#### 【0019】

【課題を解決するための手段】

上記課題を解決するために、本発明の構造最適設計方法は、状態変数ベクトルと設計変数ベクトルに対する第1の評価汎関数の最適化問題を解く第1の求解工程と、該状態変数ベクトルと該設計変数ベクトルに対する第2の評価汎関数の最適化問題を解く第2の求解工程とを有する2重最適化問題として定式化される構造最適設計問題の解を求める構造最適設計方法において、前記状態変数ベクトルを各ノードにおける変位、前記設計変数ベクトルを各要素における構造部材の存在率とし、前記第1の求解工程は、その1ステップとして前記第2の求解工程を含み、第1の記憶手段に記憶された設計変数ベクトル及び状態変数ベクトルを読み出して設計変数ベクトルを更新し、更新された設計変数ベクトルを該第1の記憶手段に記憶する設計変数更新工程を含み、前記第2の求解工程は、第2の記憶手段に記憶された設計変数ベクトル及び状態変数ベクトルを読み出して状態変数ベクトルを更新し、更新された状態変数ベクトルを該第2の記憶手段に記憶する状態変数更新工程を含み、前記第2の求解工程の第2の評価汎関数が残差ベクトルのノルムより構成されており、前記状態変数ベクトルが前記第2の求解工程が開始される時点で初期化されないことを特徴とする。

#### 【0020】

##### 【発明の実施の形態】

以下、本発明の構造最適設計法を実現する構造最適設計装置の構成例及び動作例を説明する。

#### 【0021】

＜本実施形態の構造最適設計装置の構成例＞

図1に、本実施形態の構造最適設計装置の構成例を示す。

#### 【0022】

図中、201は演算・制御用のCPU、202は表示装置、203は入力装置、204は1次記憶装置、205は2次記憶装置、206は通信装置、207はバスラインである。本実施形態における構成要素は、プログラムとして予め2次記憶装置205に格納されており、入力装置203或いは通信装置206等からのコマンド入力によって1次記憶装置にロードされ、CPU201により実行されるものである。

## 【0023】

図2に、本実施形態の構造最適設計法を実現するために、1次記憶装置204及び2次記憶装置205に記憶されるデータ及びプログラムの記憶例を示す。

## 【0024】

1次記憶装置204は、RAMやROMからなり、データ記憶領域214とプログラム記憶領域224を有している。図2には、変更されずに常駐するOSやBIOSのプログラム、変更されないOSやBIOS用のパラメータなどは図示されていない。データ記憶領域214には、本実施形態の構造最適設計を実現するための各種のデータが一時記憶される。この中で再度利用されるデータ／反復して使用されるデータは、一時記憶されることが必須である。保存・保持の必要が無いデータは、一時記憶は必須ではない。

## 【0025】

例えば、データ記憶領域214には、 $x$ （状態変数ベクトル）214a、 $f$ （設計変数ベクトル）214b、 $L_1$ （状態変数ベクトルの評価関数）214c、 $L_2$ （設計変数ベクトルの評価関数）214d、 $B_1$ （状態変数のための境界条件）214e、 $W_0$ （設計変数のための重量条件）214f、 $X^{(0)}$ や $f^{(0)}$ （初期値）214g、 $\lambda$ （ラグランジェ未定定数）218h、 $A$ （要素合成行列）214i、 $k$ （設計変数変更の反復回数）214j、 $C$ （感度係数）214k、 $r$ （残差ベクトル）124m、 $p$ （探索方向ベクトル）215n、 $r^{(0)}$ や $p^{(0)}$ （初期値）214p、 $t$ （状態変数変更の反復回数）214q、 $b$ （節点力ベクトル）214r、その他のデータ214sなどが含まれる。一方、プログラム記憶領域224には、2次記憶装置205或は通信装置206からロードされたプログラムが記憶されて、CPU201により実行される。

## 【0026】

2次記憶装置205は、例えば、フロッピーディスクやCDなどの外部大容量メモリであり、着脱可能であればなお好ましい。2次記憶装置205も、データ記憶領域215とプログラム記憶領域225を有している。

## 【0027】

データ記憶領域215には、詳細には示さないが、各種の初期値215aや各

種の条件 215 b、あるいは 2 重最適値問題のデータベース 215 c が記憶されている。データベース 215 c には、標準化されたマトリクスなどが記憶されていて使用されてもよい。

#### 【0028】

プログラム記憶領域 225 には、本実施形態で設計変数ベクトルにおける求解法として使用される、最適性規準法モジュール 225 a、逐次凸関数近似法モジュール 225 b、逐次線形計画法モジュール 225 c、その他の方法のモジュール 225 d が記憶され、状態変数ベクトルにおける求解法として使用される、共役残差法モジュール 225 e、GCR 法モジュール 225 f、GCR(k) 法 225 g、Orthomin(k) 法 225 h、GMREG(k) 法 225 i、その他の方法のモジュール 225 j が記憶されている。このプログラム記憶領域 225 に記憶されたプログラムから選択された方法に対応するモジュールが 1 次記憶装置 204 のプログラム記憶領域 224 にロードされて、CPU 201 により実行され本実施形態の構造最適設計法が実現する。

#### 【0029】

すなわち、本構造最適設計装置は、状態変数ベクトルと設計変数ベクトルに対する第 1 の評価汎関数の最適化問題を解く第 1 の求解手段と、該状態変数ベクトルと該設計変数ベクトルに対する第 2 の評価汎関数の最適化問題を解く第 2 の求解手段とを有し、2 重最適化問題として定式化される構造最適設計問題を解く構造最適設計装置であって、前記状態変数ベクトルが各ノードにおける変位、前記設計変数ベクトルが各要素における構造部材の存在率であり、前記第 2 の求解手段の第 2 の評価汎関数は残差ベクトルのノルムより構成されており、前記状態変数ベクトルが前記第 2 の求解工程が開始される時点で初期化されない。前記第 1 の求解手段は、逐次線形計画法、最適性規準法、逐次凸関数近似法のいずれかを実行する。前記第 2 の求解手段は、共役残差法、GCR 法、GCR(k) 法、Orthomin(k) 法、GMRES(k) 法、及びこれらの派生法を含む方法のいずれかを実行する。

#### 【0030】

<本実施形態の構造最適化問題の定式化>

以下の説明のために、構造最適化問題の定式化を行う。

## 【0031】

有限要素法による定式化により変関数は有限次元ベクトルで表現されるものとする、変関数の評価汎関数は、変数ベクトルの評価関数となる。以下、有限次元ベクトルで表現されているとして記述する。

## 【0032】

状態変数ベクトル  $x$ 、設計変数ベクトル  $f$  をそれぞれ列ベクトルとして以下のように書く。

## 【0033】

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_m)^T \quad \dots \text{(式1)}$$

$$f = (f_1, f_2, \dots, f_n)^T \quad \dots \text{(式2)}$$

ここで、 $T$ は転置を表す。 $x$ は $m$ 次元ベクトル、 $f$ は $n$ 次元ベクトルである。構造最適化問題において、状態変数ベクトルは各ノードの変位、設計変数ベクトルは各要素内における構造物の存在率より構成される。

## 【0034】

例えば、2次元面内での構造最適化問題において、設計領域を縦 $n_y$ 、横 $n_x$ に分割すると、

要素数 $n$ は $(n_x \times n_y)$ 、ノード数は $(n_x + 1) \times (n_y + 1)$ である。

## 【0035】

状態変数ベクトルは各ノードの縦方向及び横方向変位の組なので、 $x$ の次元 $m$ は $2 \times (n_x + 1) \times (n_y + 1)$ である。

## 【0036】

$x$ の境界条件は通常、変位拘束条件として与えられる。それを $B_1$ と記述する。

$$B_1(x) = 0 \quad \dots \text{(式3)}$$

状態変数ベクトル  $x$  及び設計変数ベクトル  $f$  に関する評価関数をそれぞれ  $L_1$ 、 $L_2$  とすると、次式のように定義される。

$$L_1 := L_1(x, f) = (b - Ax)^T(b - Ax) \quad \dots \text{(式4)}$$

$$L_2 := L_2(f, x) = (1/2) x^T A x \quad \dots \text{(式5)}$$

ここで、 $A$ は全体剛性行列、 $b$ は節点力ベクトルである。ただし、 $b$ は予め与

えられるものであり、 $A$ は設計変数ベクトル  $f$  の関数である。

### 【0037】

全体剛性行列は要素  $j$  に対する要素剛性行列  $A_j$  の重ね合わせで構成することが出来る。平面歪問題の場合、設計変数ベクトル、即ち構造要素の存在率  $f_j$  を考慮した要素剛性行列を以下に示す。ただし、2次元有限要素として4ノード要素を採用し、要素変位ベクトル  $x_j$  を次のように構成する。

$$x_j = (u_1, v_1, u_2, v_2, \dots, u_4, v_4) \quad \dots \text{(式6)}$$

ここで、 $u_k, v_k$  はノード  $k$  の水平方向、及び垂直方向の変位である。

### 【0038】

(式6)の要素変位ベクトルに対応する要素剛性行列は、次式のように与えられる。

### 【0039】

【数1】

$$A_j = f_j^\xi \begin{pmatrix} a_{1,1} & b_{1,1} & a_{1,2} & b_{1,2} & a_{1,3} & b_{1,3} & a_{1,4} & b_{1,4} \\ c_{1,1} & d_{1,1} & c_{1,2} & d_{1,2} & c_{1,3} & d_{1,3} & c_{1,4} & d_{1,4} \\ a_{2,1} & b_{2,1} & a_{2,2} & b_{2,2} & a_{2,3} & b_{2,3} & a_{2,4} & b_{2,4} \\ c_{2,1} & d_{2,1} & c_{2,2} & d_{2,2} & c_{2,3} & d_{2,3} & c_{2,4} & d_{2,4} \\ a_{3,1} & b_{3,1} & a_{3,2} & b_{3,2} & a_{3,3} & b_{3,3} & a_{3,4} & b_{3,4} \\ c_{3,1} & d_{3,1} & c_{3,2} & d_{3,2} & c_{3,3} & d_{3,3} & c_{3,4} & d_{3,4} \\ a_{4,1} & b_{4,1} & a_{4,2} & b_{4,2} & a_{4,3} & b_{4,3} & a_{4,4} & b_{4,4} \\ c_{4,1} & d_{4,1} & c_{4,2} & d_{4,2} & c_{4,3} & d_{4,3} & c_{4,4} & d_{4,4} \end{pmatrix} \quad \dots \text{(式7)}$$

### 【0040】

上式中

$$a_{i,j} = (\lambda + 2\mu) \langle \partial_x e_i, \partial_x e_j \rangle + \mu \langle \partial_y e_i, \partial_y e_j \rangle \quad \dots \text{(式8)}$$

$$b_{i,j} = \lambda \langle \partial_x e_i, \partial_y e_j \rangle + \mu \langle \partial_x e_j, \partial_y e_i \rangle \quad \dots \text{(式9)}$$

$$c_{i,j} = \lambda \langle \partial_x e_j, \partial_x e_i \rangle + \mu \langle \partial_x e_i, \partial_y e_j \rangle \quad \dots \text{(式10)}$$

$$d_{i,j} = (\lambda + 2\mu) \langle \partial_y e_i, \partial_y e_j \rangle + \mu \langle \partial_x e_i, \partial_x e_j \rangle \quad \dots \text{(式11)}$$

ここで、 $e_j$  はノード  $j$  に対する基底ベクトル、 $\langle \quad, \quad \rangle$  はベクトルの内積を表す。 $\partial_x$  は  $x$  に関する偏微分、 $\partial_y$  は  $y$  に関する偏微分である。 $\xi$  は前述の(非特許文献4)に従い、2とする。また、 $\lambda, \mu$  はラメ定数と呼ばれる材料定数で

あり、ヤング率  $E$  及びポアソン比  $\nu$  より次式で計算される。

【0041】

$$\lambda = E\nu / (1+\nu)(1-2\nu) \quad \cdots \text{(式12)}$$

$$\mu = E / \{2(1+\nu)\} \quad \cdots \text{(式13)}$$

(式7) より容易に分かるように、ある要素の存在率が0となると要素剛性行列  $A_j$  のすべての成分が0となる。全体剛性行列は要素剛性行列の重ね合わせで構成される。従って、ノード  $j$  を含む要素の設計変数  $f_j$  が0になると、全体剛性行列のノード  $j$  に対応する行及び列の全ての成分が0になる。このように、構造最適化問題において全体剛性行列は一般に特異な行列となる。

【0042】

設計変数に関する拘束条件は、構造最適設計の場合、総重量の上限値  $W_0$  とする。

【0043】

【数2】

$$W(f) = \sum_{j=1}^{j=n} f_j \leq W_0 \quad \cdots \text{(式14)}$$

【0044】

また、設計変数には値域に対する拘束条件が以下のように定められている。

【0045】

$$0 \leq f_j \leq 1 \quad j = 1, \cdots, n \quad \cdots \text{(式15)}$$

以上の表記より、最適設計問題は、拘束条件 (式14) 及び (式15) の下で、(式5) を極小化する問題として定式化される。

【0046】

また、状態変数  $x$  については、拘束条件 (式3) の下で (式4) を極小化する解として得られる。

【0047】

<本実施形態の構造最適設計装置の動作例>

上記定式化に基づき、本実施形態の処理手順例を説明する。

## 【0048】

図3には、本実施形態の流れ図が示されている。

## 【0049】

図中、ステップS101はシミュレーション対象となる系の諸元を読み込み、変数の初期化を行う処理である。諸元の読み込みは、入力装置203或いは通信装置206からの入力データで行っても良いし、予め2次記憶装置205にファイルとして格納しておいたデータを読み出して利用することもできる。系の諸元には $x$ 、 $f$ の初期値として $x^{(0)}$ 、 $f^{(0)}$ 、境界条件 $B$ 、評価関数 $L_1$ 、 $L_2$ が含まれている。プログラムは、この情報によって、必要な変数領域を1次記憶装置204に確保して、値を設定する。感度係数の初期値 $C_j^{(0)}$ は次式で計算する。

## 【0050】

$$C_j^{(0)} = - (x_j^{(0)})^T (\xi(f_j^{(0)}) \xi^{-1} A_j) x_j^{(0)} \quad \dots (式16)$$

ステップS102では、反復回数 $k$ を1に初期化する。反復回数 $k$ は、上述の設計変数の求解工程に対する反復処理に対するものであり、予め定められた終了条件（評価関数 $L_1$ 、 $L_2$ の条件）を満たしたら終了する。

## 【0051】

ステップS103では、ラグランジェ未定定数 $\lambda$ の更新を行う。ステップS104では、設計変数ベクトル $f$ の更新を行う。ステップS105では、状態変数ベクトル $x$ の更新を行う。ステップS106では、感度係数の計算を行う。

## 【0052】

上記ステップS103及びS104は、拘束条件付最適化問題の解法として採用する方法によって異なる。例えば、この設計変数ベクトル $f^{(k)}$ を算出する求解工程は、逐次線形計画法、最適性規準法、逐次凸関数近似法のいずれかにより実現される。以下、解法として最適性規準法を用いる場合と、逐次凸関数近似法を用いる場合について詳述する。

## 【0053】

（最適性規準法）

まず、最適性規準法を用いる場合について説明する。構造最適化問題に対する最適性規準法は（非特許文献4）及び（非特許文献5）等によって公知である。



## 【0054】

最適性規準法では、(式4)及び(式5)をラグランジェ未定定数 $\lambda$ を用いて、1つの式にまとめる。

## 【0055】

$$L(f, \lambda) = L_2(f, x) - \lambda (W(f) - W_0) \quad \dots (式17)$$

ステップS103で実行される $\lambda$ の更新は、次式を用いて行われる。

## 【0056】

$$\lambda^{(k+1)} = \min[0, [(1/W_0)W(f^{(k)})] - \alpha \lambda^{(k)}] \quad \dots (式18)$$

ただし、上付きの $k$ 、 $k+1$ は反復回数を表す。また、 $\alpha$ はべき乗係数で、通常0.85程度の値を設定する。

## 【0057】

ステップS104で実行される設計変数の更新は次式による。

## 【0058】

$$\begin{aligned} f_j^{(k)} &= \max[(1-\zeta)f_j^{(k-1)}, 0] && \text{if } s_j^{(k-1)} \leq \max[(1-\zeta)f_j^{(k-1)}, 0] \\ &= \min[(1+\zeta)f_j^{(k-1)}, 1] && \text{if } \min[(1+\zeta)f_j^{(k-1)}, 1] \leq s_j^{(k-1)} \\ &= s_j^{(k-1)} && \text{otherwise} \quad \dots (式19) \end{aligned}$$

ただし、 $\zeta$ は設計変数更新の変動幅の制約値で、0.3程度の値を取る。また、 $s_j^{(k)}$ は次式で与えられる。

## 【0059】

$$s_j^{(k)} = [(1/\lambda^{(k-1)})C_j^{(k-1)}] - \alpha f_j^{(k-1)} \quad \dots (式20)$$

ここで、 $C_j^{(k)}$ は第2の評価関数 $L_2$ の、設計変数 $f_j^{(k)}$ に関する感度係数と呼ばれる量であり、ステップS106の処理で計算されるものである。

## 【0060】

更に(式19)で計算された設計変数 $f_j^{(k)}$ は、予め設定された値より小さくなると強制的に0にしてもよい。この予め設定された値とは、例えば $10^{-3}$ 程度の値である。

## 【0061】

ステップS105では、状態変数ベクトル $x^{(k)}$ を更新する。

## 【0062】

状態変数ベクトル  $x^{(k)}$  は、(式 4) の評価関数の極小化の過程で得られる。  
この解法は共役残差法と呼ばれており、後述する。

#### 【0063】

ステップ S106 では、感度係数  $C_j^{(k)}$  を次式により計算する。

#### 【0064】

$$C_j^{(k)} = - (x_j^{(k)})^T (\xi(f_j^{(k)}) \xi^{-1} A_j) x_j^{(k)} \quad \dots \text{(式 21)}$$

(逐次凸関数近似法)

次に、逐次凸関数近似法を用いた場合の、ステップ S103 及び S104 の処理について詳述する。逐次凸関数近似法では設計変数ベクトルの各成分に対してスケーリングを行うことによって、数値計算誤差を避けることができるが、以下では説明を簡単にするため、スケーリングについては記述していない。逐次凸関数近似法の詳細は、(参考文献 1) 及び (参考文献 2) 等によって公知である。

#### 【0065】

(参考文献 1) 藤井: “パソコンで解く構造デザイン”, 丸善(2002年4月)

(参考文献 2) C. Fleury: "CONLIN, an efficient dual optimizer based on convex approximation concepts," Structural Optimization, 1, pp.81-89 (1989)

ステップ S103 では、ラグランジェ未定定数を次式により更新する。

#### 【0066】

$$\lambda^{(k)} = \lambda^{(k-1)} + \Delta \lambda^{(k)} \quad \dots \text{(式 22)}$$

ただし、初期値  $\lambda^{(0)}$  は例えば 0.01 程度の値を設定する。

#### 【0067】

$\Delta \lambda^{(k)}$  は次の方程式の解として与えられる。

#### 【0068】

$$\Delta \lambda^{(k)} = 2 \times (1 - W_0 / W(f^{(k-1)})) \lambda^{(k-1)} \quad \dots \text{(式 23)}$$

ステップ S104 では、設計変数ベクトルの更新を行う。

#### 【0069】

$$\begin{aligned} f_j^{(k)} &= (g^{(k)} / \lambda^{(k)})^{1/2} && \text{if } 0 < g^{(k)} / \lambda^{(k)} < 1 \\ &= 0 && \text{if } g^{(k)} / \lambda^{(k)} \leq 0 \end{aligned}$$

$$= 1 \quad \text{if } 1 \leq g^{(k)} / \lambda^{(k)} \quad \dots \text{ (式 2 4)}$$

$$\text{ただし、} g^{(k)} = -(f_j^{(k-1)})^2 C_j^{(k-1)} \quad \dots \text{ (式 2 5)}$$

更に、(式 2 4) で計算された設計変数  $f_j^{(k)}$  は、予め設定された値より小さくなると強制的に 0 にしてもよい。この予め設定された値とは、 $10^{-3}$  程度の値である。

#### 【0070】

ステップ S 105 及び S 106 の処理は前述のとおりである。

#### 【0071】

(共役残差法)

ステップ S 105 において状態変数ベクトル  $x^{(k)}$  を算出する求解工程は、共役残差法、GCR 法、GCR(k) 法、Orthomin(k) 法、GMRES(k) 法、及びこれらの派生法を含む方法のいずれかにより実現される。以下、それらを代表して共役残差法を用いた処理を図 4 を用いて説明する。

#### 【0072】

ステップ S 301 では、シミュレーション対象となる系の諸元を読み込む。系の諸元には  $x^{(k)}$  の初期値、設計変数ベクトル  $f^{(k)}$  の値、変位拘束条件 B、評価関数  $L_1$  が含まれている。プログラムは、この情報によって、必要な変数領域を 1 次記憶装置 204 に確保して、値を設定する。また、状態変数ベクトル  $x$ 、残差ベクトル  $r$ 、探索方向ベクトル  $p$  を初期化する。それぞれの初期値を  $x^{(0)}$ 、 $r^{(0)}$ 、 $p^{(0)}$  と表す。

#### 【0073】

まず、 $r^{(0)}$  は、 $x^{(0)}$  と各ノード (節点) に加わる力をベクトル形式で記述した節点力ベクトル  $b$  とを用いて次式で計算される。

#### 【0074】

$$r^{(0)} = b - A x^{(0)} \quad \dots \text{ (式 2 6)}$$

探索方向ベクトル  $p$  の初期値  $p^{(0)}$  は  $r^{(0)}$  と等しくする。

#### 【0075】

ステップ S 302 では、反復回数  $t$  を 1 に初期化する。反復回数  $t$  は、上述の状態変数の求解工程に対する反復処理に対するものであり、以下のステップ S 3

03 から S307 の処理の反復回数が設定値を超えるか、残差ベクトル  $r(t)$  のノルムの 2 乗が予め設定された値より小さくなったら、終了する。以下、反復回数  $t$  回目の値を  $x(t)$  のように書く。

【0076】

ステップ S303 では状態ベクトルの更新係数  $\alpha(t)$  を計算する。

【0077】

$$\alpha(t-1) = (r(t-1), A_p(t-1)) / (A_p(t-1), A_p(t-1)) \quad \dots \text{(式 27)}$$

ステップ S304 では、状態変数ベクトル  $x$  を更新する。

【0078】

$$x(t) = x(t-1) + \alpha(t-1) p(t-1) \quad \dots \text{(式 28)}$$

ステップ S305 では、残差ベクトル  $r(t)$  を次式で計算する。

【0079】

$$r(t) = r(t-1) - \alpha(t-1) A_p(t-1) \quad \dots \text{(式 29)}$$

ステップ S306 では、探索方向ベクトル  $p$  の更新係数  $\beta$  を計算する。

【0080】

$$\beta(t) = - (A_r(t), A_p(t-1)) / (A_p(t-1), A_p(t-1)) \quad \dots \text{(式 30)}$$

ステップ S307 では、探索方向ベクトル  $p$  を更新する。

【0081】

$$p(t) = r(t) + \beta(t-1) p(t-1) \quad \dots \text{(式 31)}$$

共役残差法及びその様々な派生法は、(参考文献 3)、(参考文献 4)、(参考文献 5)、(参考文献 6)、(参考文献 7) 等によって公知である。これらの方法が、係数行列  $A$  が特異となる場合においても、安定に近似解に収束することが証明されている。

【0082】

(参考文献 3) 森, 杉原, 室田: “線形計算,” 岩波講座 応用数学, 岩波書店(1994 年)

(参考文献 4) 速見: “特異な系に対する GCR(k) 法の収束性について,” 京都大学数理解析研究所講究録 1265 (2002 年)

(参考文献 5) 阿部, 緒方, 杉原, 張, 三井: “特異な係数行列をもつ連立

一次方程式に対するCR法の収束性,” 日本応用数学会論文誌, Vol.9, No.1, p p.1-13 (1999年)

(参考文献6) K. Hayami: "On the Behaviour of the Conjugate Residual Method for Singular Systems," NII Technical Report, NII-2001-002E (2002年)

(参考文献7) S-L. Zhang, Y. Oyanagi, M. Sugihara: "Necessary and sufficient conditions for the convergence of Orthomin(k) on singular and inconsistent systems," Numerische Mathematik, 87, pp.391-405 (2000年)

(本実施形態の構造最適設計の具体例)

本例では、任意の位置に加重を受ける片持ち梁の最適形状自動設計に、本実施形態を適用するものである。説明を簡単にするために平面歪問題に限定する。

#### 【0083】

図5に示すように、構造部材の存在を可能とする設計領域は長方形402であり、有限要素法に従って、該領域を縦 $n_y$ 、横 $n_x$ に等間隔に分割する。分割された部分領域をセルと呼び、左下及び右上のセルがそれぞれ(1,1)及び( $n_y$ ,  $n_x$ )となるように番号付けを行う。

#### 【0084】

同様に格子点をノードと呼び、左下及び右上のノードが(1,1)及び( $n_y+1$ ,  $n_x+1$ )となるように番号付けを行う。

#### 【0085】

図中、401は支持部材、403は荷重ベクトルである。

#### 【0086】

セル(j,k)には特性関数値 $f(j,k)$ が対応する。ここで、特性関数値とはセル(j,k)における構造部材の存在確率を示す0から1の正の実数値をとる変数であり、本実施形態における設計変数ベクトル $f$ の要素である。

$$f = (f(1,1), f(1,2), \dots, f(n_y, n_x))^T \dots \text{(式32)}$$

同様にノード(j,k)には横方向変位 $u(j,k)$ と縦方向変位 $v(j,k)$ が対応する。これらは任意の値を取る実数であり、本実施形態における状態変数ベクトル $x$ の要素である。

$$\mathbf{x} = (u(1,1), v(1,1), u(1,2), v(1,2), \dots, u(n_y+1, n_x+1), v(n_y+1, n_x+1))^T$$

… (式 33)

図 6 に、本具体例に置ける計算結果を示す。図中、黒い領域が構造部材が存在する領域である。本具体施例において、構造部材の設計領域のアスペクト比は縦/横が 2 対 1 であり、その解析解は、水平方向に対して ± 45 度の梁が組み合わされたものであることが知られている。図 6 に示した計算結果は、このような解析解とよく一致していることがわかる。

#### 【0087】

尚、本実施形態では、図 1 のように、バスライン 207 に各装置が接続した 1 つのシステムとして説明しているが、これら各要素をネットワークなどを介して接続して複数の装置のシステムで実現することも、あるいは汎用のコンピュータを複数接続して並列に多重処理あるいは分担処理により処理するようにしても良い。

#### 【0088】

又、本発明は、上記構造最適設計方法を実現するプログラム、及び該プログラムをコンピュータ読み出し可能に記憶する記憶媒体をも含むものである。

#### 【0089】

##### 【発明の効果】

以上説明したように、本発明によれば、全体剛性行列が特異になったときでも、特別な処理を施すこと無しに計算を実行することができ、これによってプログラムが簡単になり、更に計算量の軽減が実現できる。

##### 【図面の簡単な説明】

##### 【図 1】

本実施形態の構造最適設計装置の構成例を示す図である。

##### 【図 2】

図 1 の 1 次記憶装置及び 2 次記憶装置の記憶構成例を示す図である。

##### 【図 3】

本実施形態の処理手順例を示すフローチャートである。

##### 【図 4】

図 3 のステップ S 1 0 5 を更に詳細に示すの処理手順のフローチャートである

。

【図 5】

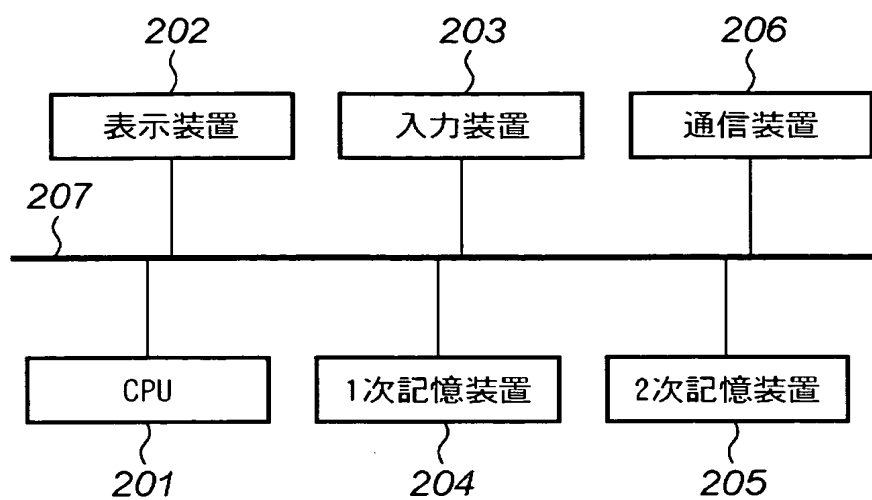
本実施形態に適応する具体例の問題設定の説明図である。

【図 6】

図 5 に係る本実施形態による計算結果を示す図である。

【書類名】 図面

【図 1】

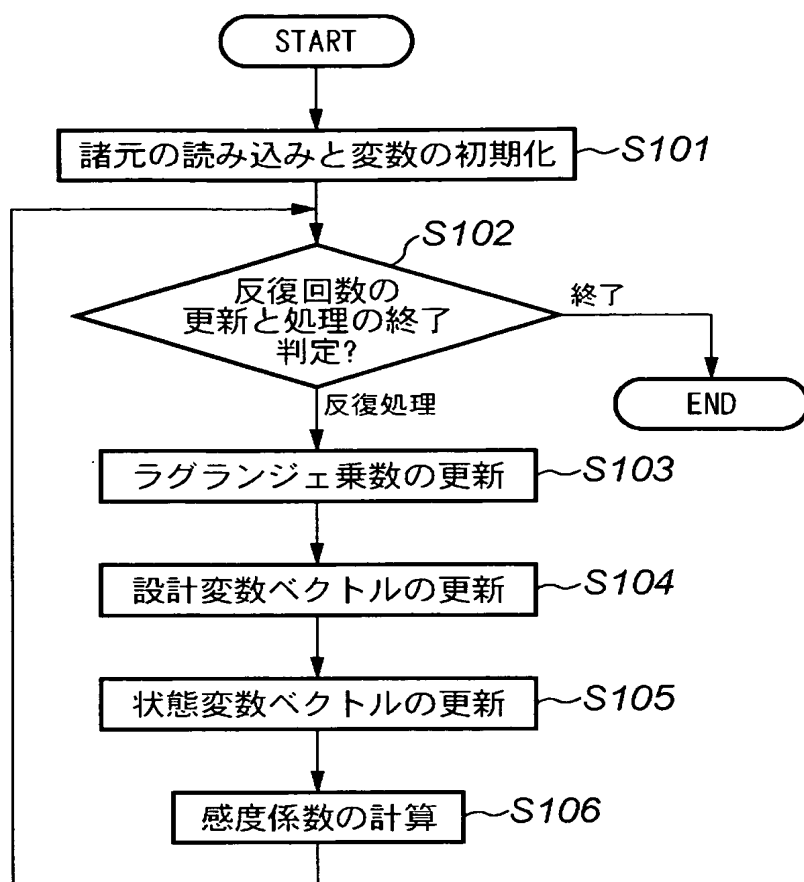




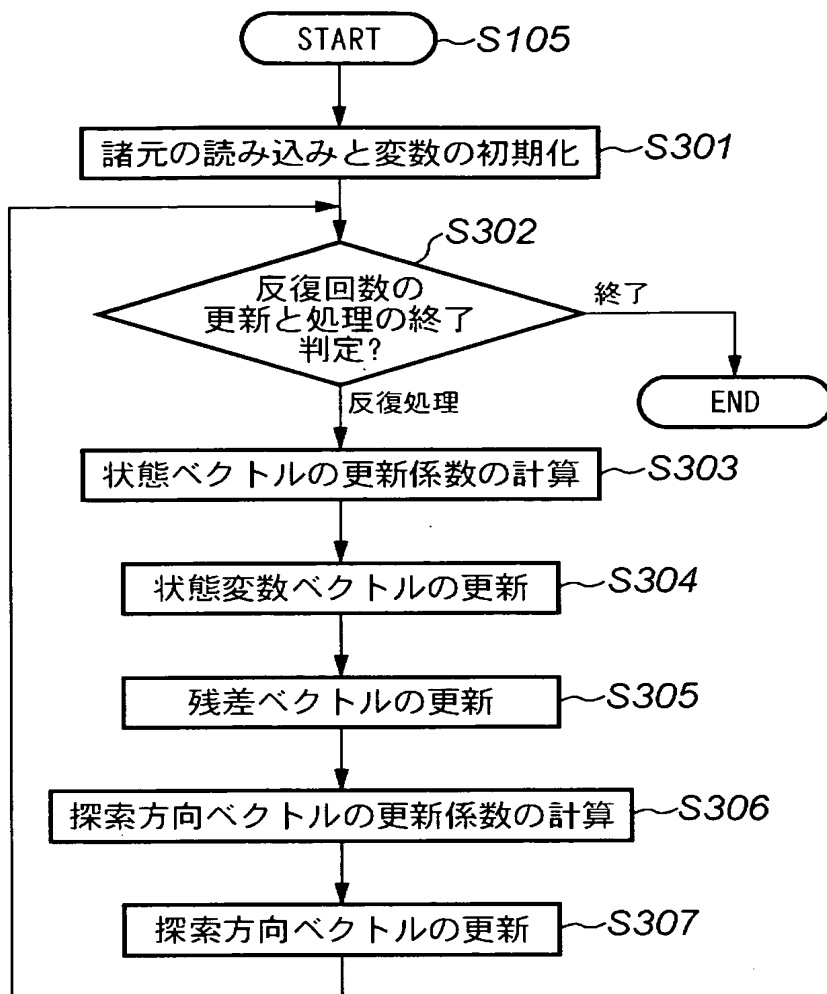
【図 2】

204		205	
1次記憶装置 (RAM/ROM)		2次記憶装置 (ディスク, CD etc)	
データ記憶領域	214	データ記憶領域	215
x (状態変数ベクトル)	214a	各種の初期値	215a
f (設計変数ベクトル)	214b	各種の条件	215b
L <sub>1</sub> (状態変数の評価関数)	214c	2重最適解問題データベース	215c
L <sub>2</sub> (設計変数の評価関数)	214d		
B <sub>1</sub> (状態変数の境界条件)	214e	プログラム記憶領域	225
W <sub>0</sub> (設計変数の重量条件)	214f	最適性規準法モジュール	225a
X <sup>(0)</sup> , f <sup>(0)</sup> (初期値)	214g	逐次凸関数近似法モジュール	225b
λ (ラグランジェ未定数)	214h	逐次線形計画法モジュール	225c
A (要素剛性行列)	214i	その他の設計変数用モジュール	225d
k (設計変数変更の反復回数)	214j	共役残差法モジュール	225e
C (感度係数)	214k	GCR法モジュール	225f
r (残差ベクトル)	214m	GCR(k)法モジュール	225g
p (探索方向ベクトル)	214n	Orthomin(k)法モジュール	225h
r <sup>(0)</sup> , p <sup>(0)</sup> (初期値)	214p	GMRES(k)法モジュール	225i
t (状態変数変更の反復回数)	214q	その他の状態変数用モジュール	225j
b (節点力ベクトル)	214r		
その他	214s		
プログラム記憶領域	224		

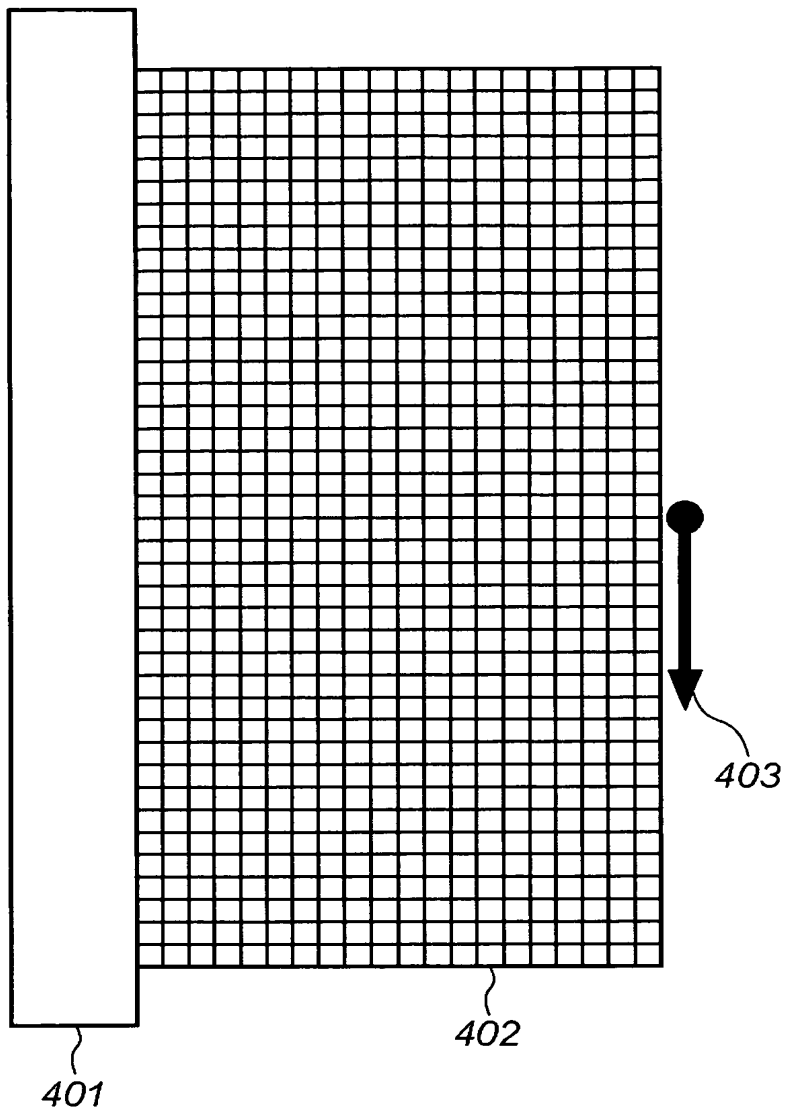
【図 3】



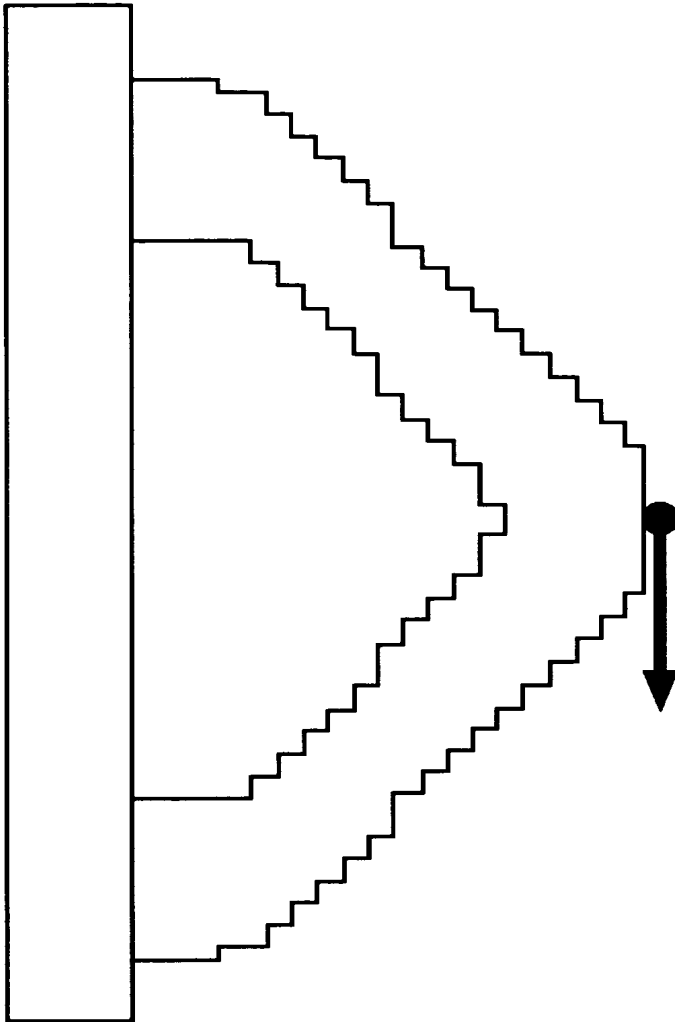
【図 4】



【図 5】



【図 6】



【書類名】 要約書

【要約】

【課題】 全体剛性行列が特異になったときでも、特別な処理を施すこと無しに計算を実行することができ、これによってプログラムが簡単になり、更に計算量を軽減する構造物の最適設計方法を提供する。

【解決手段】 第1及び第2の求解工程を有する2重最適化問題として定式化される構造最適設計問題の解を求める構造最適設計方法で、状態変数ベクトルを各ノードにおける変位、設計変数ベクトルを各要素における構造部材の存在率とし、第1の求解工程は、その1ステップとして第2の求解工程を含み、記憶された設計変数ベクトル及び状態変数ベクトルを読み出して設計変数ベクトルを更新し、第2の求解工程は、記憶された設計変数ベクトル及び状態変数ベクトルを読み出して状態変数ベクトルを更新するS304。第2の求解工程の第2の評価汎関数が残差ベクトルのノルムより構成されておりS305、状態変数ベクトルが第2の求解工程が開始される時点で初期化されない。

【選択図】 図4

特願 2 0 0 3 - 1 0 2 1 3 8

出 願 人 履 歴 情 報

識別番号

[ 0 0 0 0 0 1 0 0 7 ]

1. 変更年月日

1 9 9 0 年 8 月 3 0 日

[変更理由]

新規登録

住 所

東京都大田区下丸子 3 丁目 3 0 番 2 号

氏 名

キャノン株式会社